

Внутренняя энергия, работа, теплота

Внутренняя энергия термодинамической системы есть полная кинетическая и потенциальная энергия ее молекул за вычетом кинетической и потенциальной энергии ее центра масс.

$$U = U(T, V, \text{поле сил тяжести}, \dots)$$

Для ид. газа

$$U = \nu \frac{3}{2} RT \quad \text{Одноат. газ}$$

$$U = \nu c_V T$$

Внутренняя энергия $U(T, V \dots)$ является **функцией состояния** — то есть вполне определенной функцией от $T, V \dots$

Ее изменение при малых изменениях $dT, dV, \dots$ является полным дифференциалом:

$$dU(T, V) = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

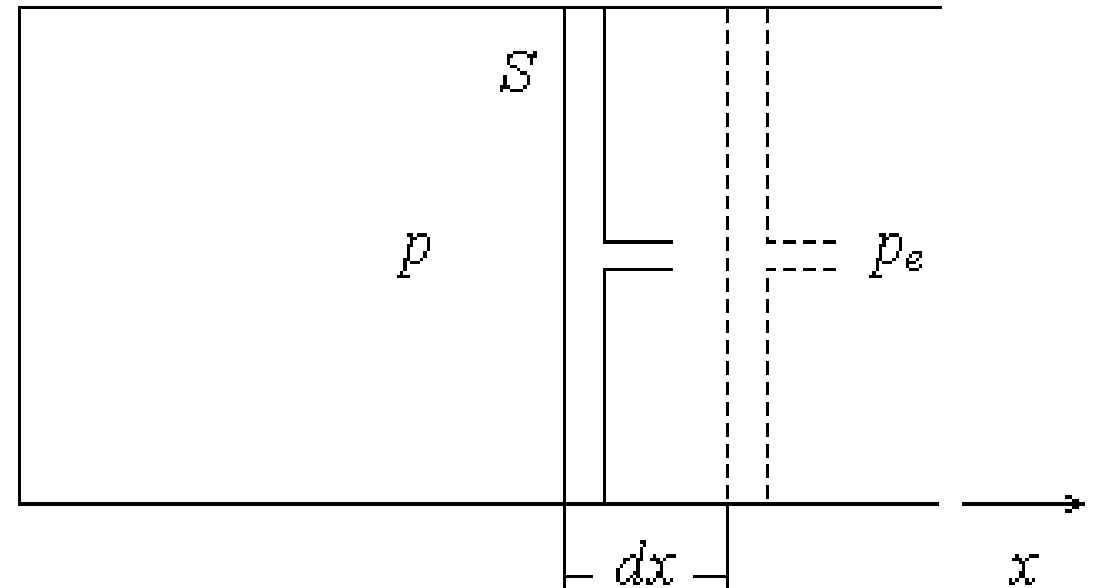
Для ид. газа

$$dU(T, V) = \nu c_V dT$$

Работа:

Газ в сосуде под поршнем при расширении совершает работу.

$$\delta A = Fdx = pSdx = pdV$$



Величина δA не является полным дифференциалом. A зависит от пути перехода системы из начального состояния в конечное – функцией состояния не является. $A > 0$, если система совершает работу, $A < 0$, если мы работаем.

•

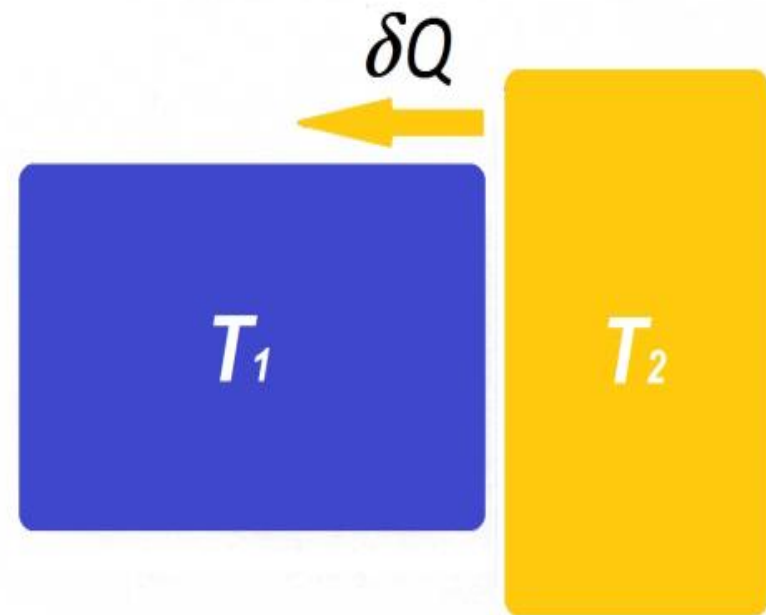
$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V, T) dV$$

При $T = \text{const}$

$$\begin{aligned} A_{12} &= \int_{V_1}^{V_2} p dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} dV / V \\ &= \nu RT \ln(V_2 / V_1) \end{aligned}$$

Теплота:

Энергия, передаваемая при тепловом контакте.



Теплота $Q > 0$, если система ее получает, и $Q < 0$, если она ее отдает. Функцией состояния не является. Малую ее величину обозначаем δQ .

Первое начало термодинамики

(закон сохранения энергии)

$$U_2 - U_1 = Q - A$$

$$Q = U_2 - U_1 + A$$

В дифференциальной форме

$$dU = \delta Q - \delta A$$

$$dU = \delta Q - pdV$$

$$\delta Q = dU + pdV$$

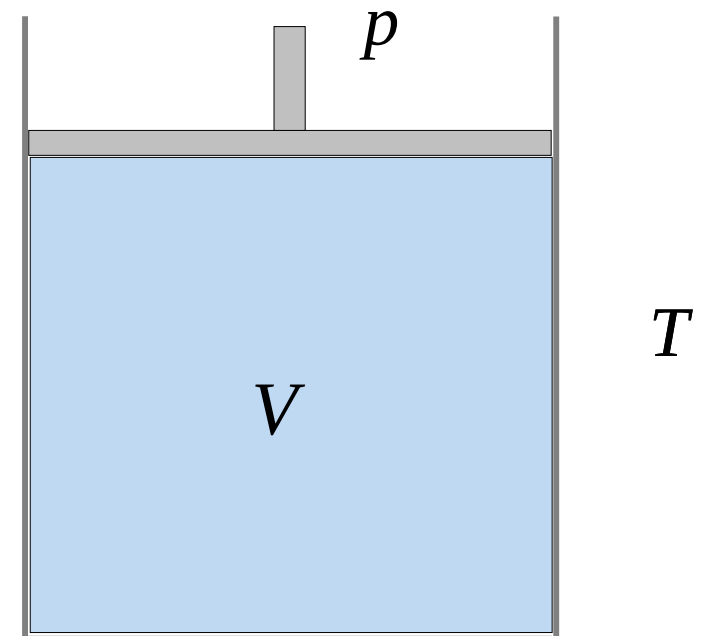
Теплоемкость процесса

$$c = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_{\text{процесс}}$$

Теплоемкость зависит от процесса

Объем, температура и давление в разных процессах по-разному изменяются

При постоянном объеме $c_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$



Произвольный процесс

$$\delta Q = dU(T, V) + pdV = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + pdV$$

$$\delta Q = c_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] dV$$

$$c = c_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \frac{dV}{dT}$$

Изохорический процесс ($V = \text{const}$) $\frac{dV}{dT} = 0$

$$c_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

Изобарический процесс ($p = \text{const}$)

$$c_p = c_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

Идеальный газ: $(\partial U / \partial V)_T = 0$

$$V = RT/p \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{p}$$

$$c_p - c_V = R \quad \text{соотношение Майера}$$

Изотермический процесс $c_T = \pm \infty$

Адиабатический процесс: $\delta Q = 0$. $c_{ad} = 0$.

В идеальном газе

Для одного моля первое начало термодинамики:

$$\delta Q = c_V dT + p dV.$$

$$\delta Q = 0, \text{ тогда } c_V dT + p dV = 0.$$

Так как $T = pV/R$, то $dT = (pdV + Vdp) / R$.

$$c_V p dV + c_V V dp + R p dV = 0$$

$$\gamma = c_p / c_V$$

$$c_V + R = c_p$$

$$\gamma p dV + V dp = 0$$

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

Решение этого уравнения

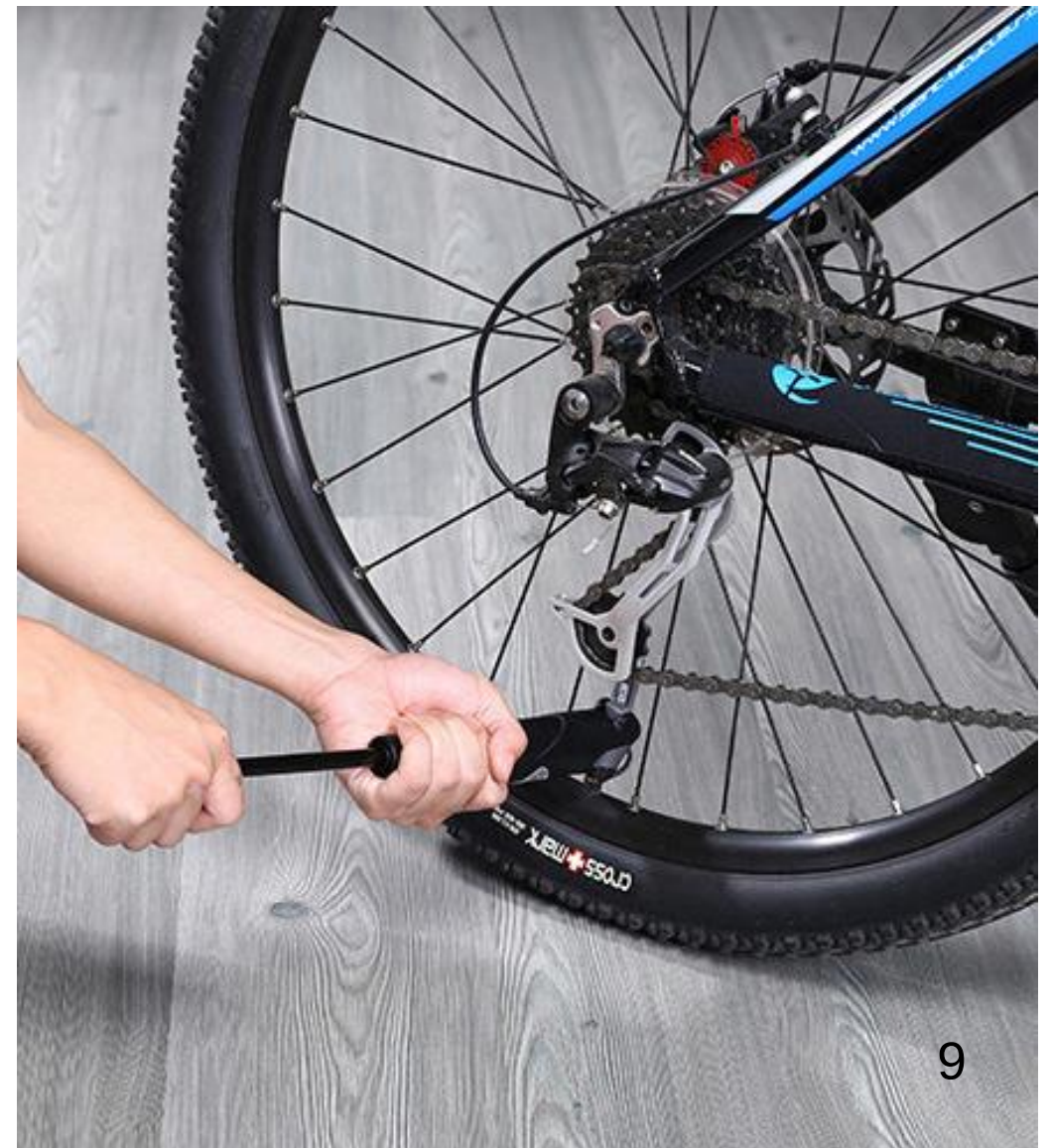
$$pV^\gamma = \text{const}$$

$$pV^\gamma = \text{const}$$

Это есть уравнение адиабатического процесса в идеальном газе (уравнение Пуассона).

Величина γ называется показателем адиабаты. Всегда $\gamma > 1$. Для одноатомного идеального газа $\gamma = 5/3$, для двухатомного $\gamma = 7/5$.

$$pV = RT \quad \longrightarrow \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}$$



Политропический процесс в идеальном газе

Процесс называется политропическим, если он происходит при постоянной теплоемкости. Частными случаями являются изохорический ($c = c_V$), изобарический ($c = c_p$), изотермический ($c = \infty$) и адиабатический ($c = 0$) процессы.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0 \quad c = c_V + p \frac{dV}{dT} \quad \text{Будем рассматривать в переменных V-T}$$

$$(c - c_V)dT = pdV \quad dT = (pdV + Vdp) / R \quad R = c_p - c_V$$

$$(c - c_V)(pdV + Vdp) = (c_p - c_V)pdV$$

$$(c_p - c)pdV + (c_V - c)Vdp = 0$$

$$n = \frac{c_p - c}{c_V - c}$$

$$npdV + Vdp = 0$$

Решение

$$pV^n = \text{const.}$$

$$pV^n = \text{const}$$

$$n = \frac{c_p - c}{c_v - c}$$

Для адиабаты $c = 0$. Тогда $n = \gamma$

Величина n называется показателем политропы

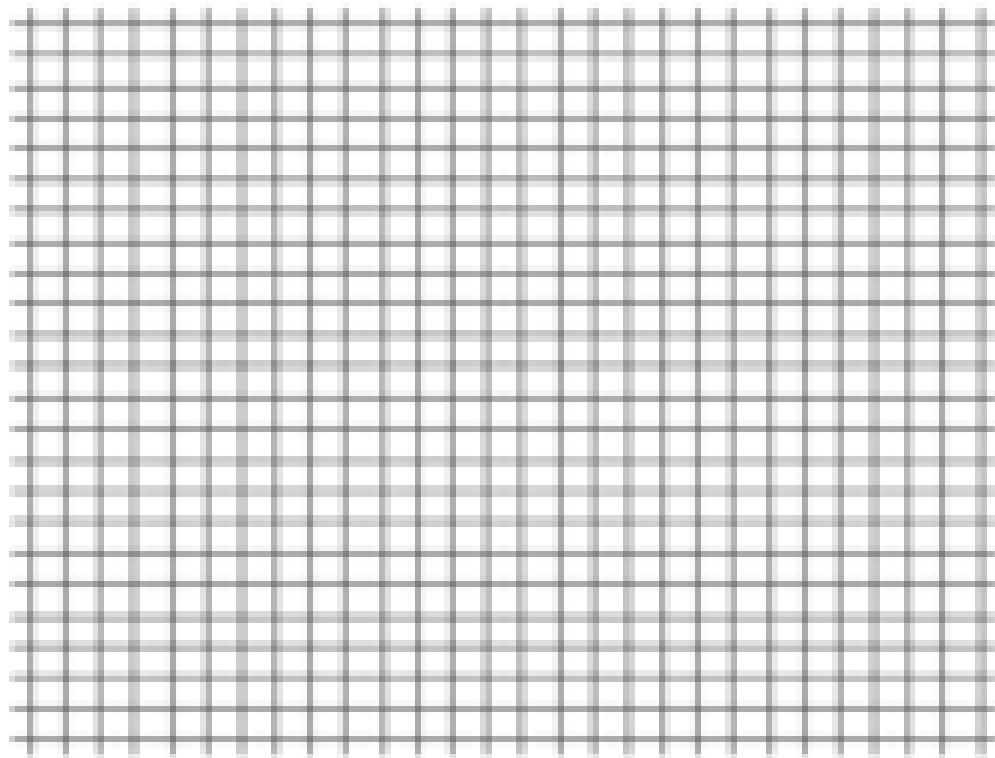
$$n = 0 \quad p = \text{const} \quad \text{изобара} \quad c = c_p$$

$$n = 1 \quad pV = \text{const} \quad \text{изотерма} \quad c = \infty$$

$$n = \gamma \quad pV^\gamma = \text{const} \quad \text{адиабата} \quad c = 0$$

$$n = \infty \quad V = \text{const} \quad \text{изохора} \quad c = c_v$$

Скорость звука в газе



Звук – волны сжатия-разрежения

Из курса механики:

$$v_{\text{звук}} = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\text{адиаб}}}$$

Так как $\rho = mN/V$, то из $pV^\gamma = \text{const}$ следует, что $p = \text{const } \rho^\gamma$

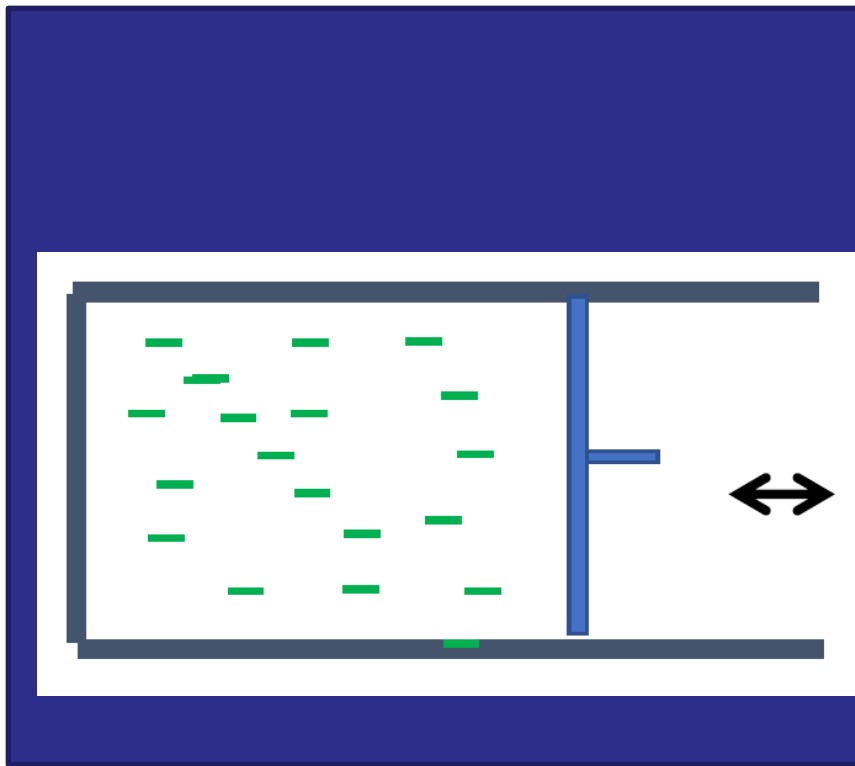
$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\text{адиаб}} = \gamma \text{const } \rho^{\gamma-1} = \gamma \frac{p}{\rho} \quad v_{\text{зв}} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$$

$$v_{\text{звук}} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{pV}{mN}} = \sqrt{\gamma \frac{NkT}{mN}} = \sqrt{\gamma \frac{kT}{m}} = \sqrt{\frac{\gamma\pi}{8}} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \cong 0.8\bar{v}$$

Циклы, преобразование теплоты в работу

Тепловая машина, цикл Карно

Тепловой машиной называется устройство, позволяющее производить работу за счет потребляемого тепла.



$$A = \nu RT \cdot \ln(V_{\text{конечн}} / V_{\text{начальн}}) > 0$$

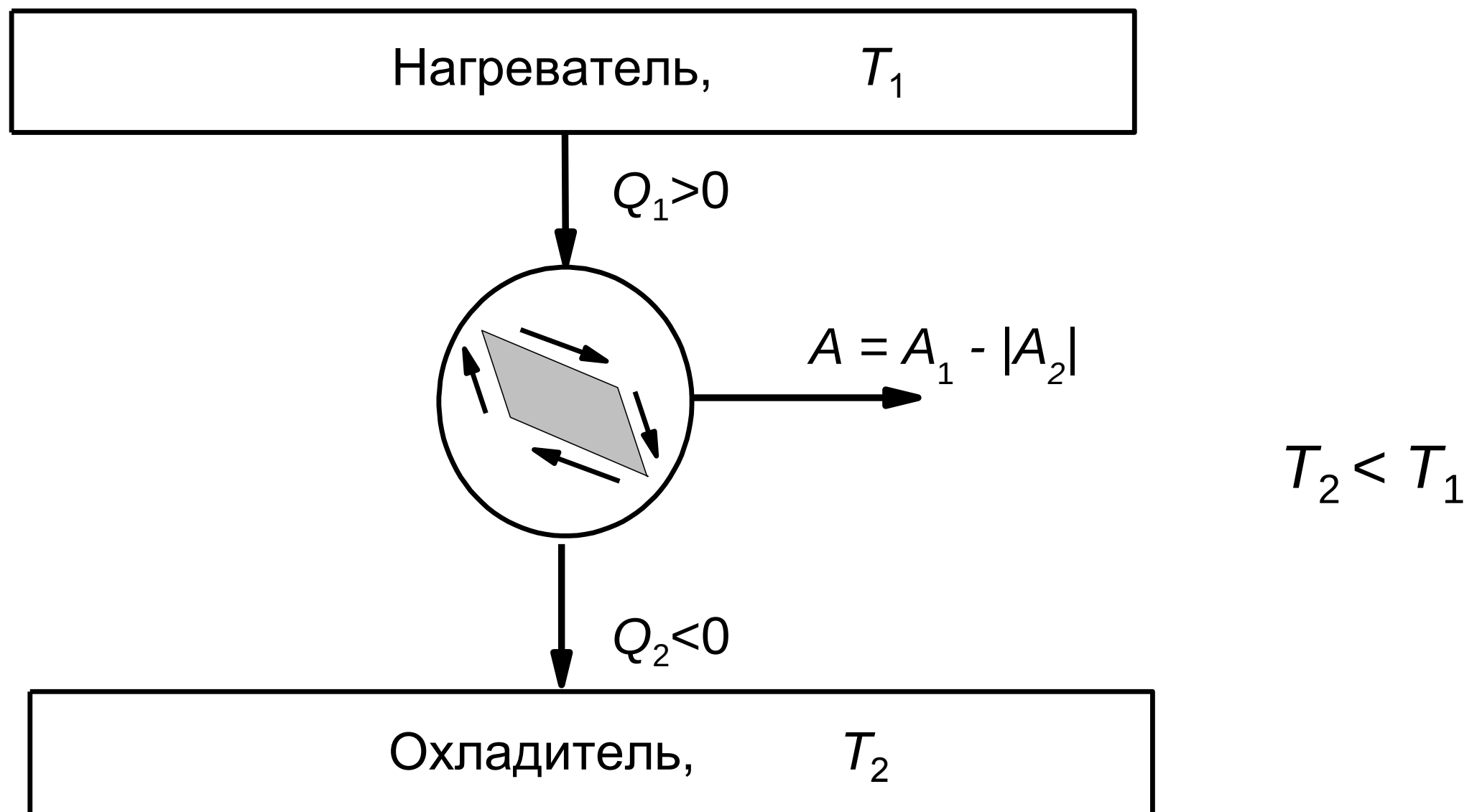
Расширение при постоянной температуре приводит к положительной работе

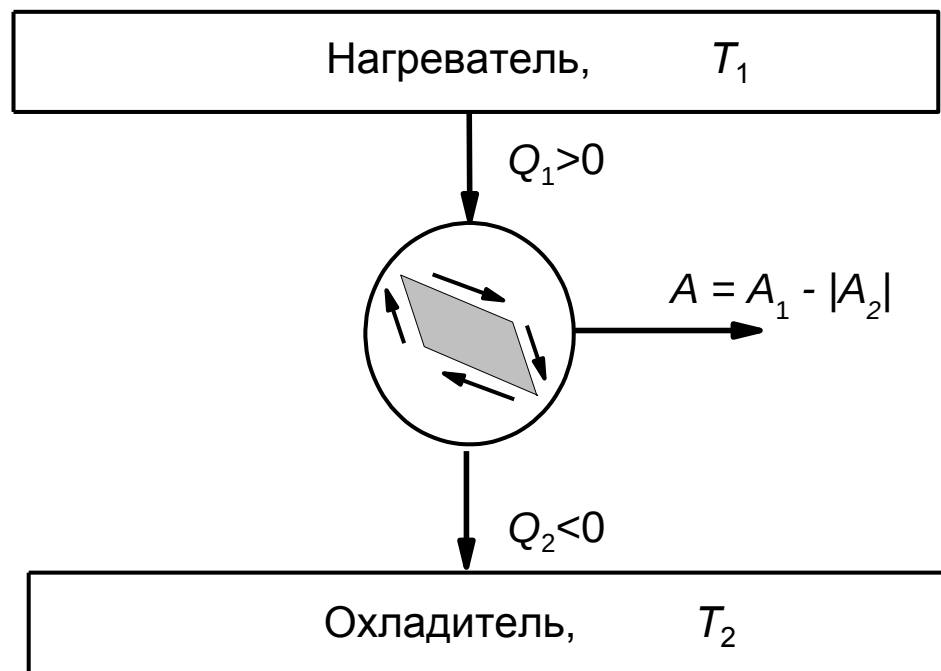
Термостат (тепловой резервуар),
 $T = \text{const}$

Чтобы потом снова извлечь работу, после расширения должно быть сжатие. На это надо затратить работу, $A < 0$.

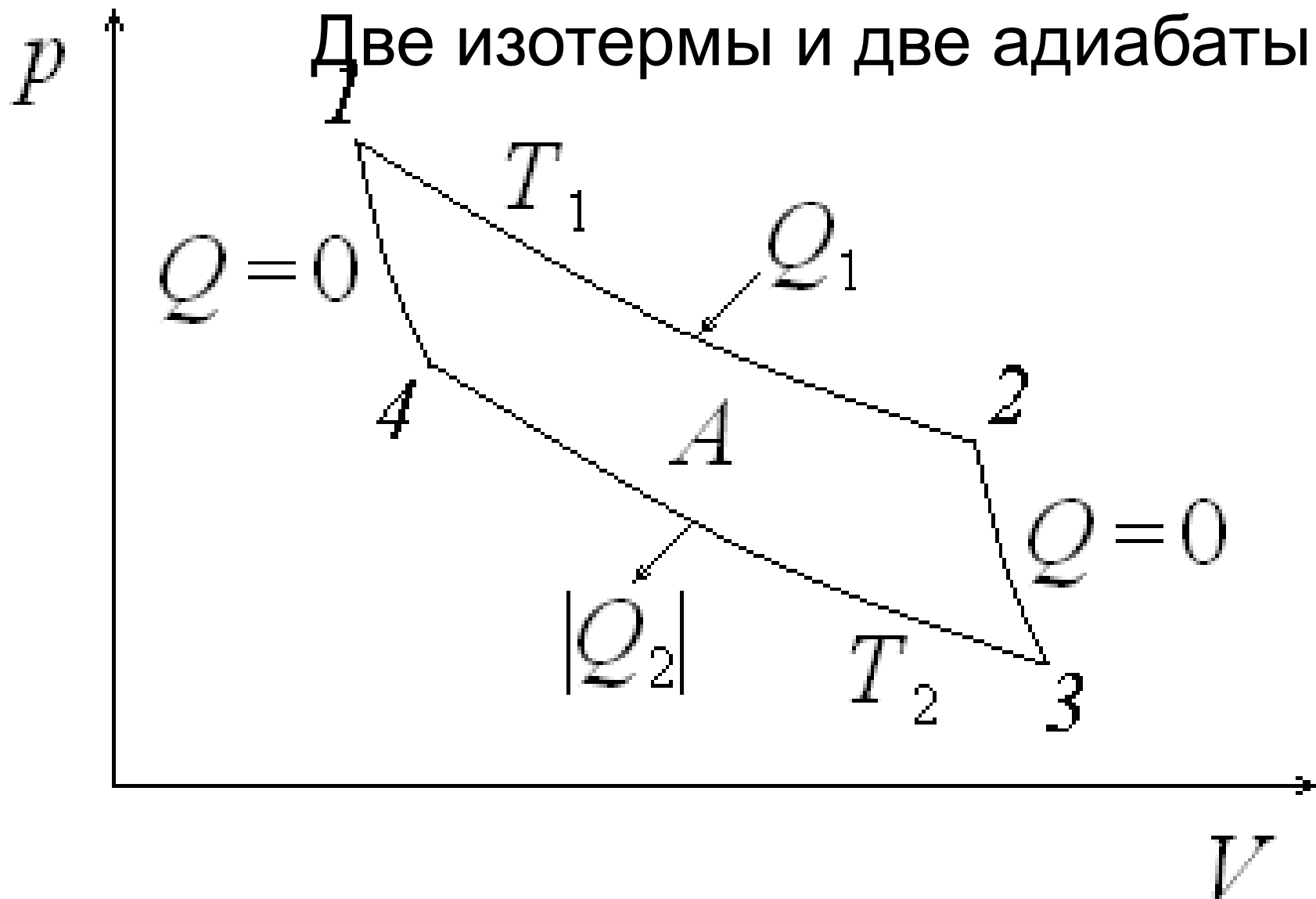
Чтобы баланс был положительный, сжатие надо проводить при меньшей температуре.

Простейшая схема тепловой машины:





Цикл Карно



Садик Карно —
французский
физик и математик
(1796-1832)

*При полном
прохождении цикла*

$$\Delta U = Q - A = 0$$

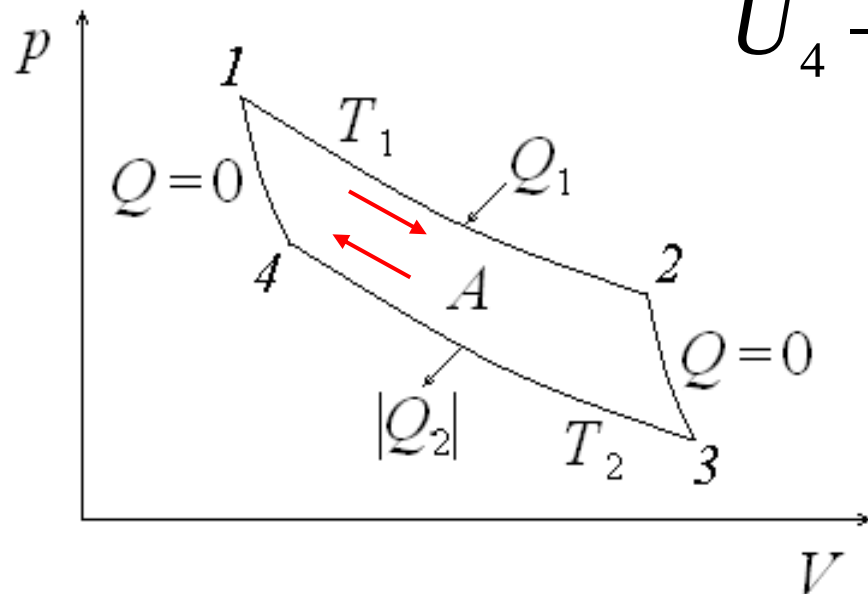


$$Q_1 + Q_2 = A \quad 15$$

Идеальный газ

$$U_2 - U_1 = 0 \quad Q_1 = A_{12} = \nu RT_1 \cdot \ln(V_2/V_1) > 0.$$

$$U_4 - U_3 = 0 \quad Q_2 = A_{34} = \nu RT_2 \cdot \ln(V_4/V_3) < 0.$$



Адиабата

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$

Делим равенства друг на друга, получаем, что $V_2/V_1 = V_3/V_4$

$$Q_2 = -\nu RT_2 \cdot \ln(V_2/V_1).$$

КПД есть отношение суммарной совершенной работы A к полученному от нагревателя количеству теплоты Q_1 :

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Важное соотношение:

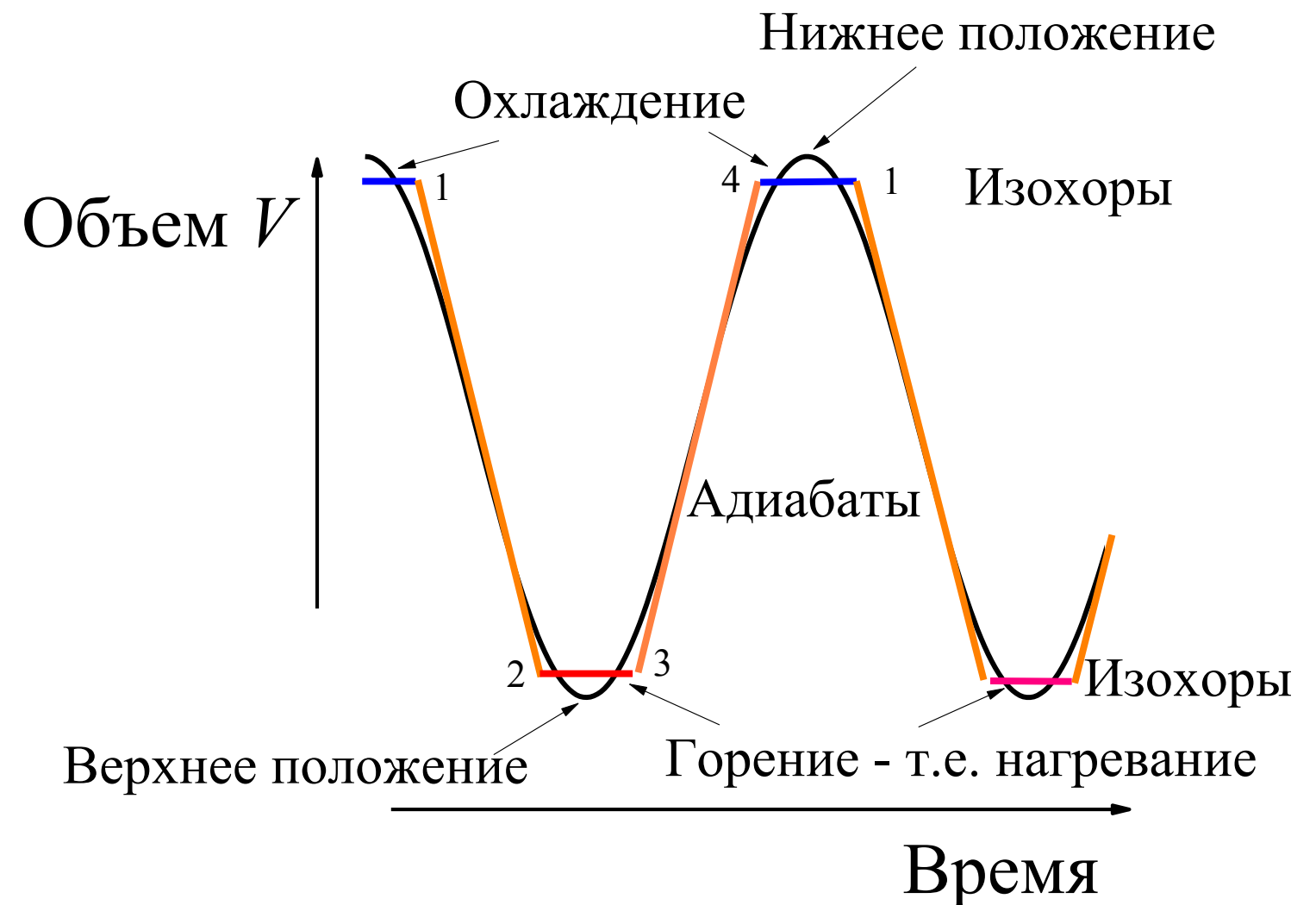
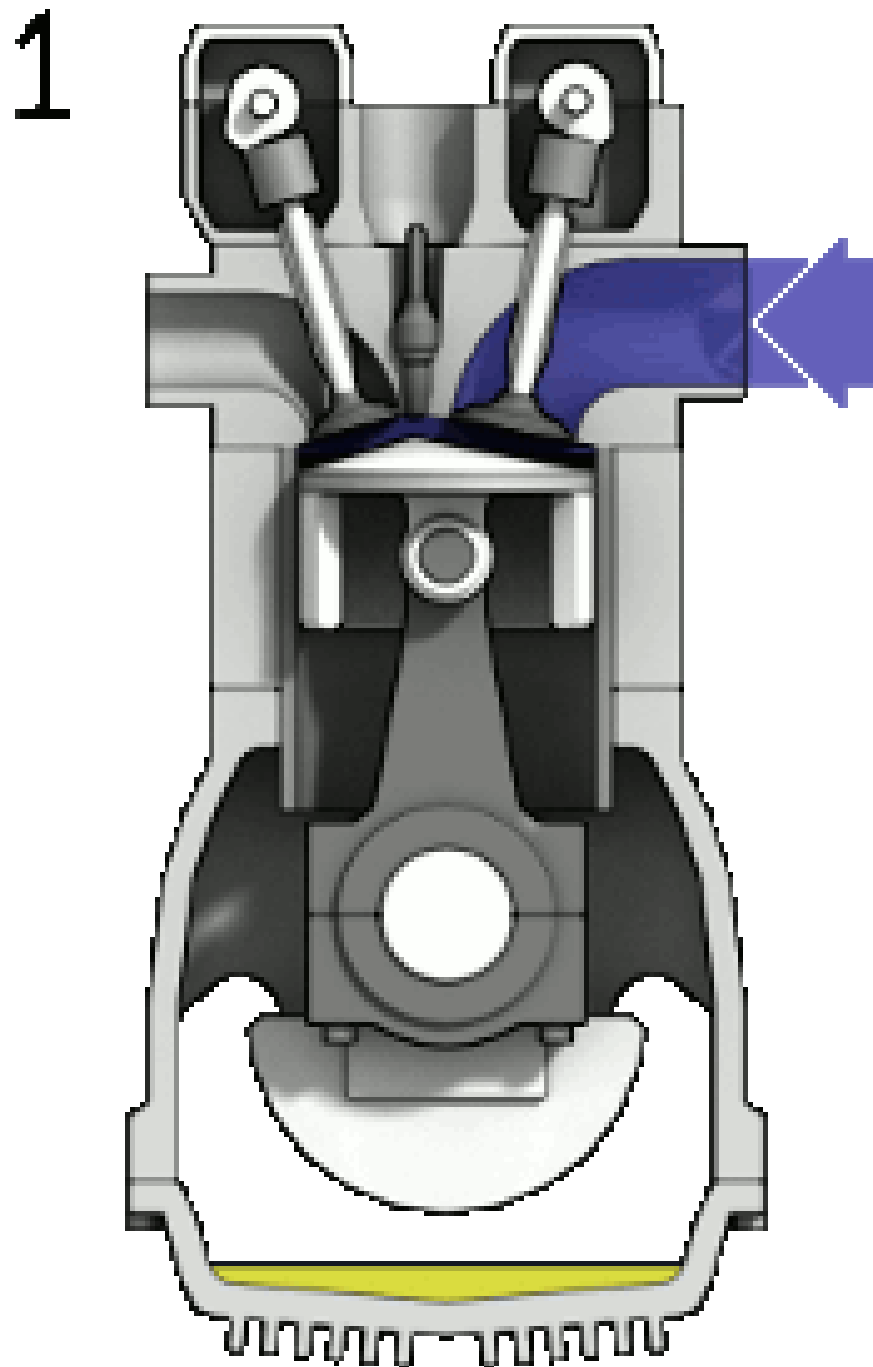
$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Термодинамика:

- **Физическая** Основные физические законы
(Первое начало, цикл Карно и др.)
- **Техническая** Тепловые машины разных типов
- **Химическая** Характеристики химических
веществ и реакций

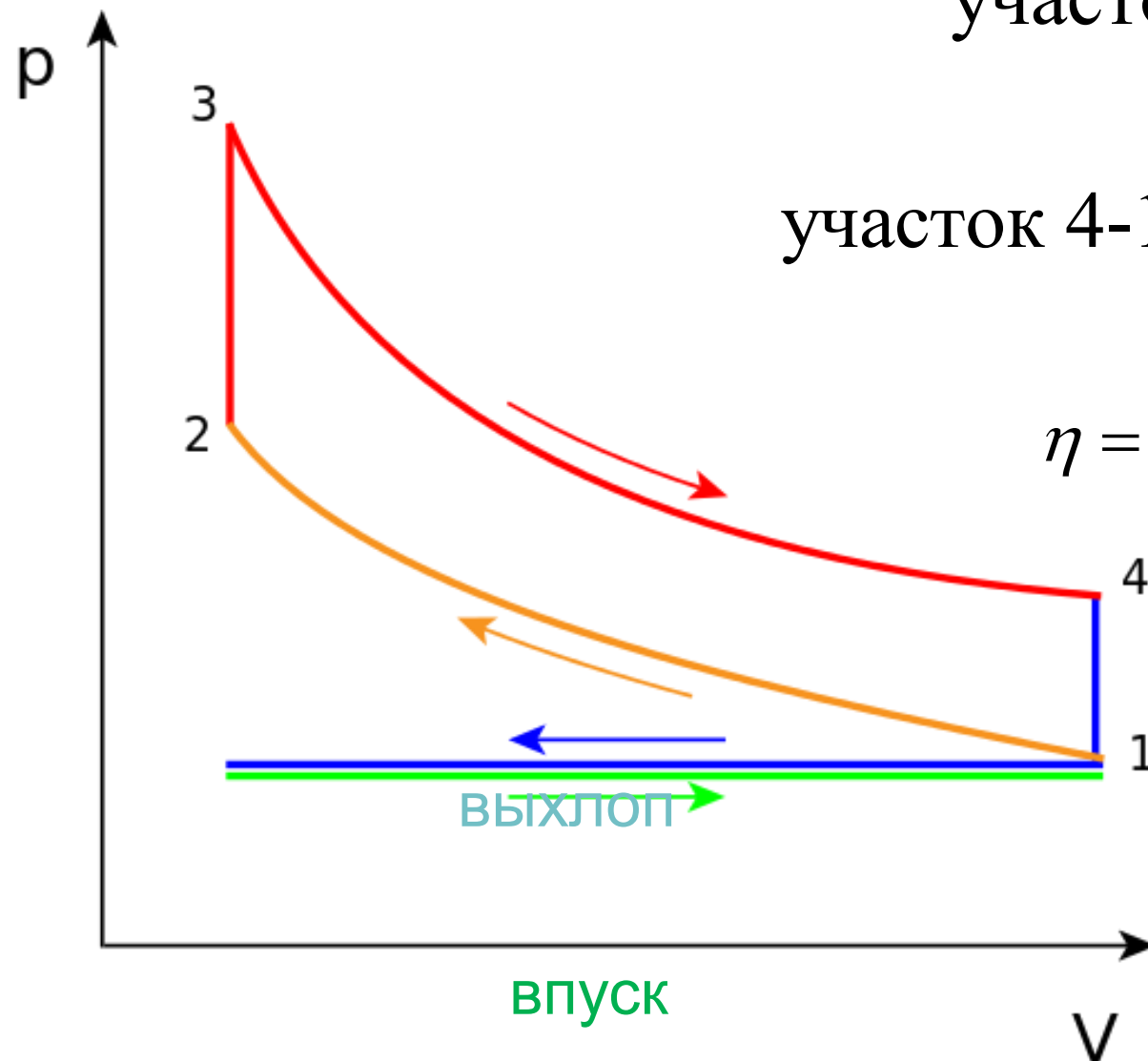
Двигатель внутреннего сгорания – цикл Отто

Тепло поступает от сгорания топливной смеси в рабочем цилиндре.



4 такта – впуска, сжатия, расширения и выпуска

Р-V-диаграмма для цикла Отто



участок 2-3 (нагрев): $Q_1 = \nu C_V (T_3 - T_2)$

участок 4-1 (охлаждение): $|Q_2| = \nu C_V (T_4 - T_1)$

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4 / T_1 - 1}{T_3 / T_2 - 1} \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$



$$T_1 / T_2 = 1 / \varepsilon^{\gamma-1}$$

Степень сжатия $\varepsilon = V_1 / V_2$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$$

$$\begin{aligned} V_1 &= V_4, \\ V_2 &= V_3 \end{aligned}$$



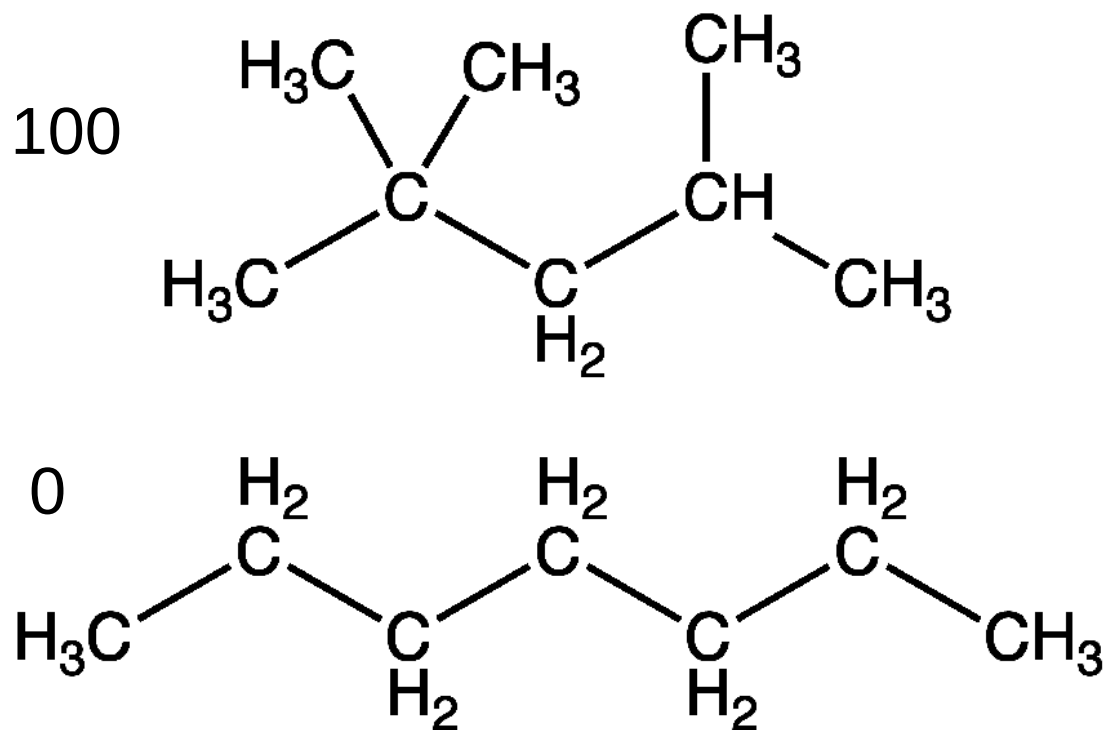
$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

КПД увеличивается при увеличении степени сжатия. Ее однако не удастся увеличить выше порядка 7 – 12 из-за эффекта детонации. Для топлива с высоким октановым числом детонация происходит при более высоких степенях сжатия.

Изо-октан



Н-гептан



До конца 19-го - начала 20-го веков: ручной труд



Илья Репин. Бурлаки на Волге. 1870-1873.



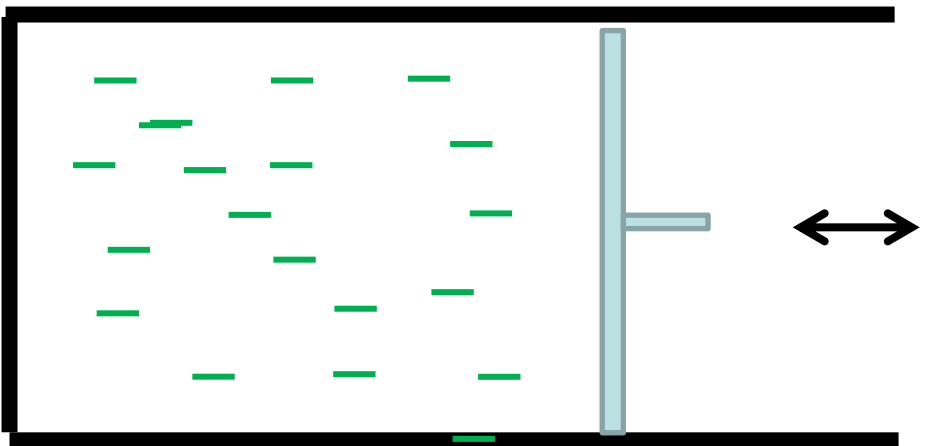
Василий Перов. Тройка. 1866



Клод Моне. Гавань. 1864



Тепловые машины все изменили



Современная теплоэлектростанция



Паровой котел



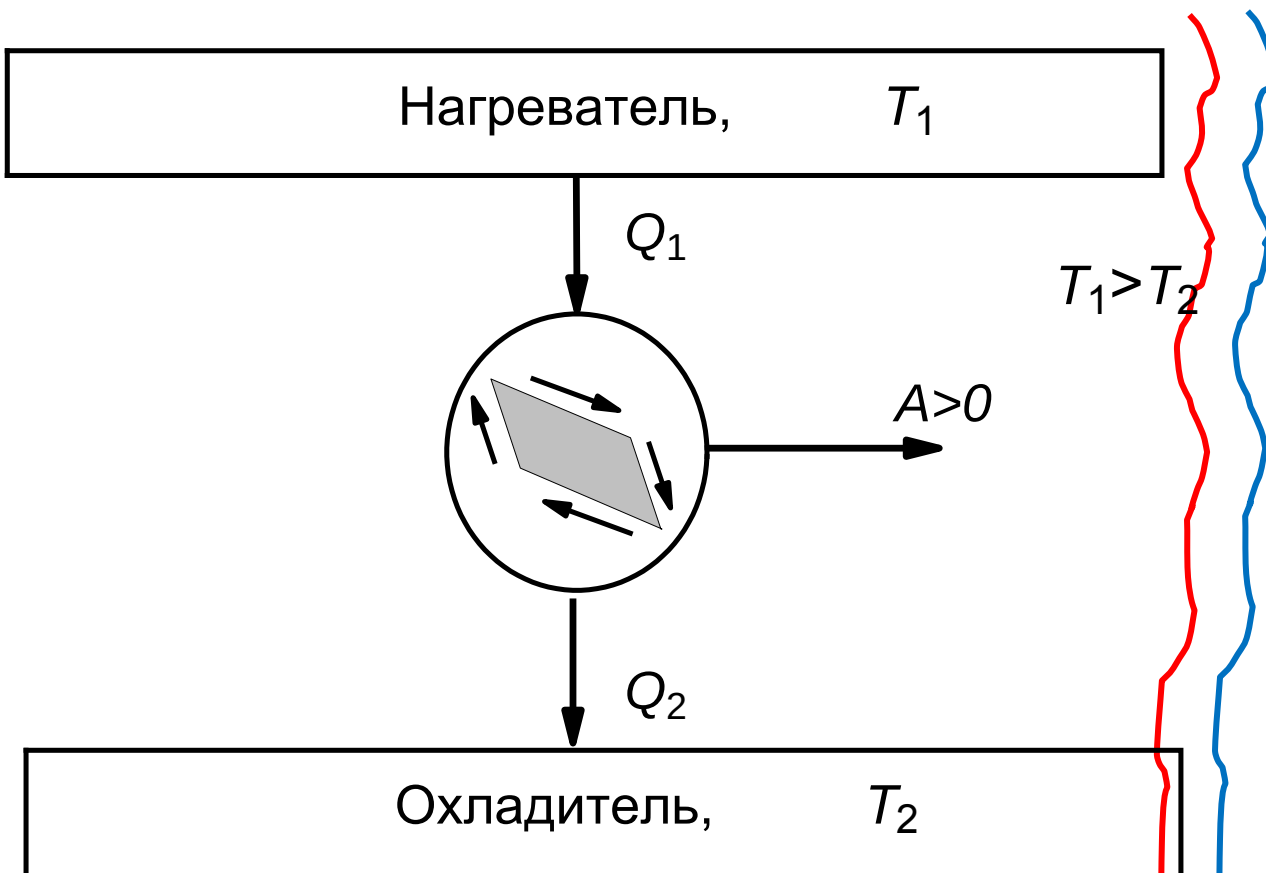
Дизель-генератор



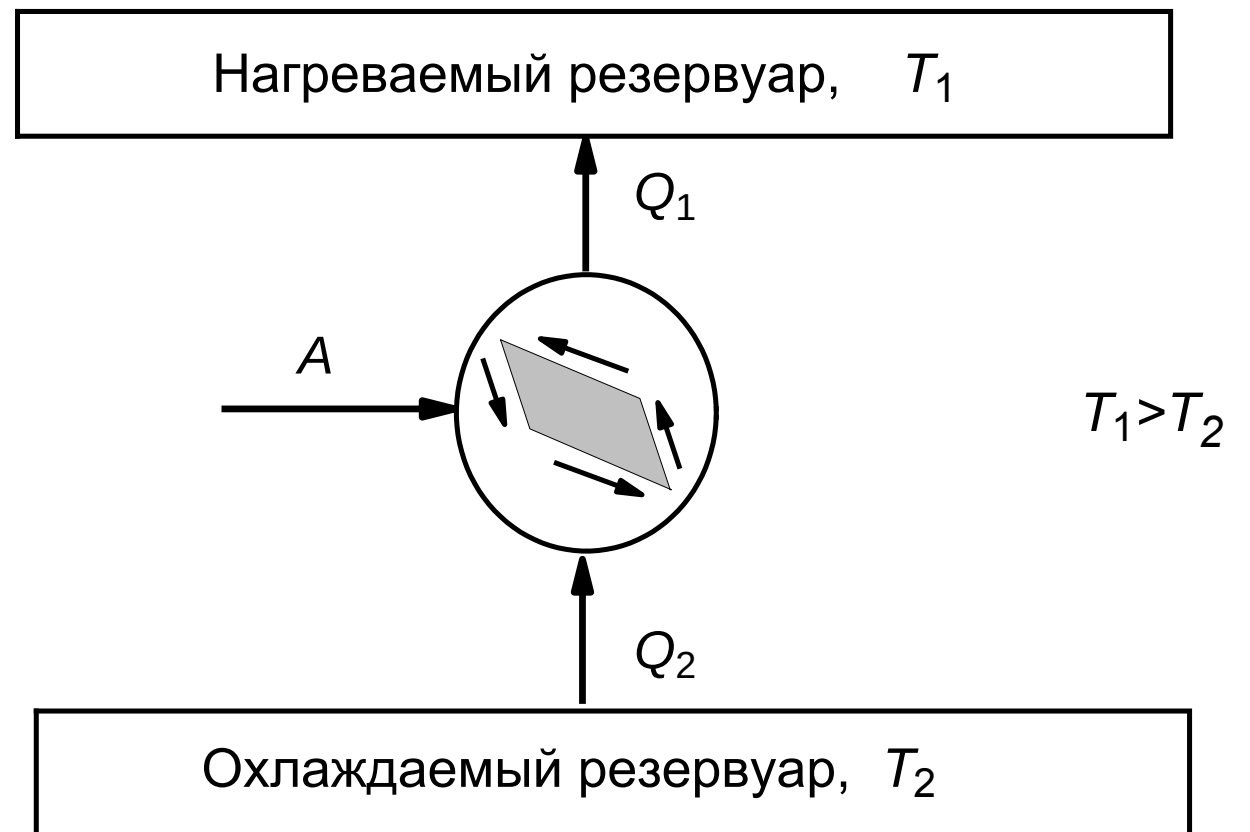
Круизный лайнер Queen Mary 2

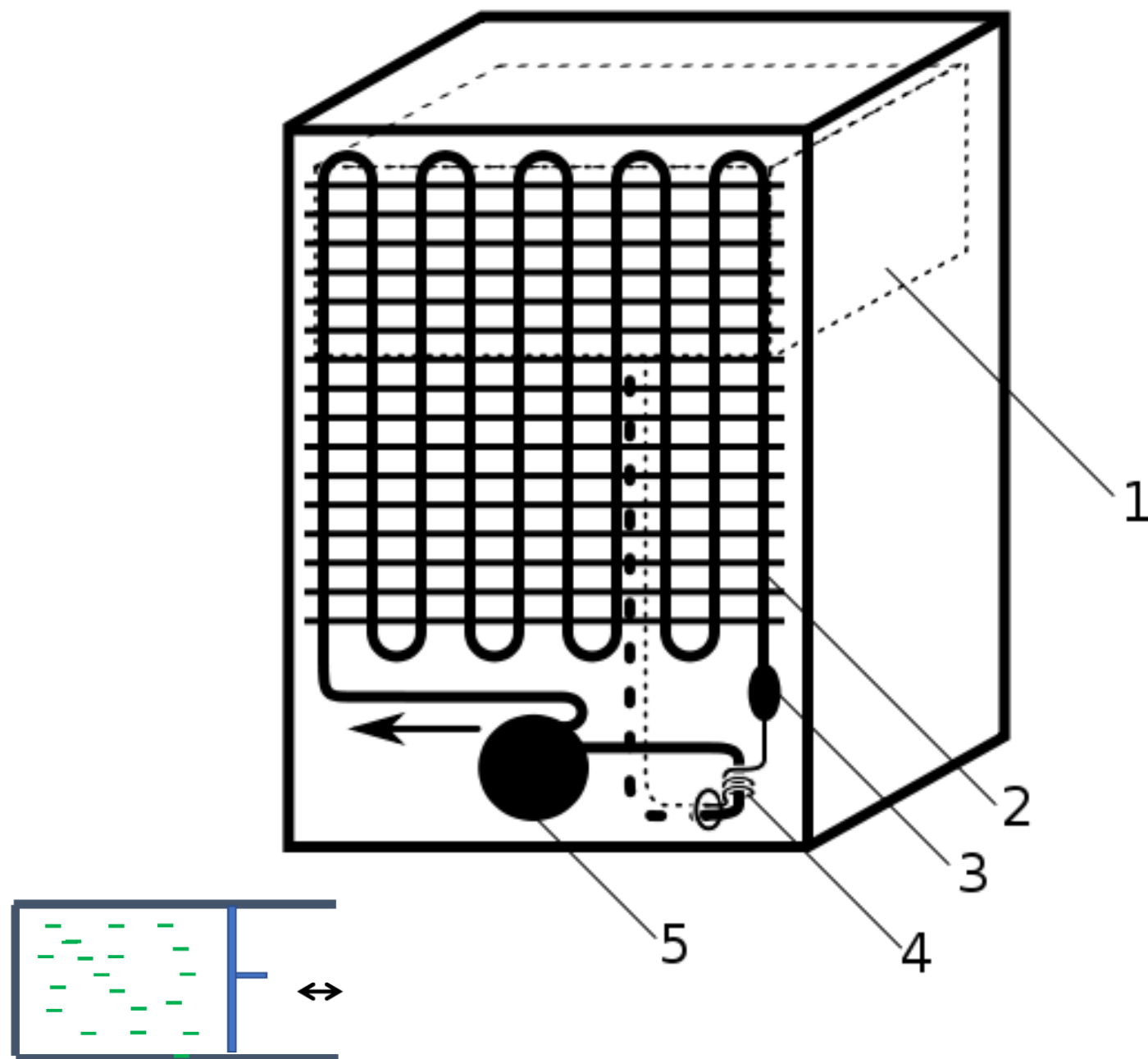
Обратный цикл: холодильная машина, тепловой насос

Тепловая машина



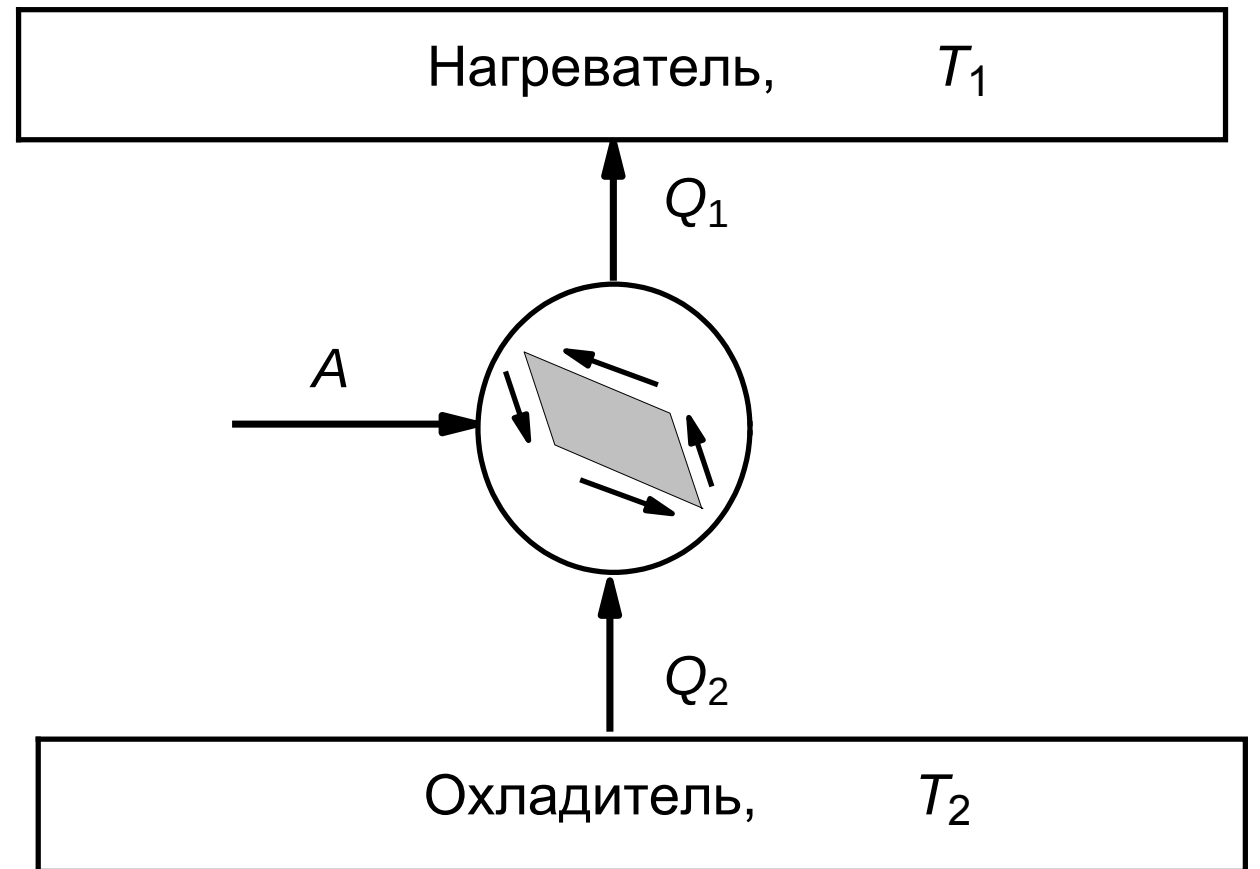
Холодильная машина





1. Испаритель (охладитель с температурой T_2)
2. Конденсатор (нагреватель с температурой T_1)
3. Фильтр-осушитель
4. Капилляр и теплообменник
5. Компрессор

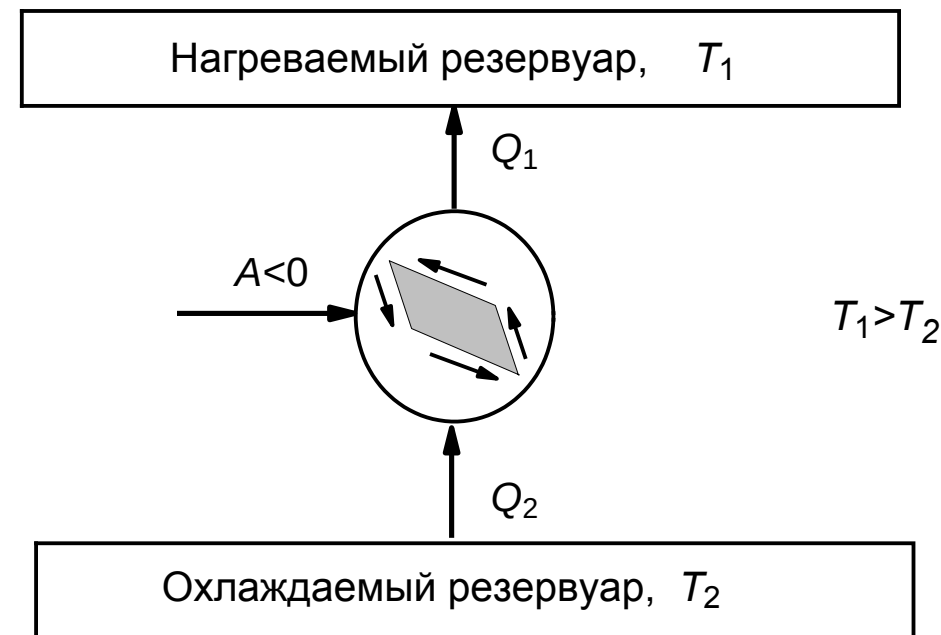
Если цель — охлаждение (изъятие теплоты Q_2), тогда это холодильная машина (холодильники, морозильные камеры, рефрижераторы).



Если цель нагревание (получение теплоты Q_1), тогда это тепловой насос.

Может быть и смешанный тип, когда целью является как охлаждение, так и нагревание, — таковыми являются кондиционеры воздуха с функцией его нагрева.

Холодильная машина:
Холодильный коэффициент $K_{хол} = Q_2/(-A)$.



$$A = Q_2 + Q_1 \quad \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

$$K_{хол} = \frac{Q_2}{(-A)} = -\frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} = -\frac{1}{\frac{Q_1}{Q_2} + 1} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$0 \leq K_{хол} < \infty$$